Федеральное государственное автономное
образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана (национальный исследовательский университет)»

ОЛИМПИАДА ШКОЛЬНИКОВ «ШАГ В БУДУЩЕЕ»

Вариант задания 1

Задача 3

$d_к$ – толщина слоя крема

$d_т$ – толщина слоя теста

$\rho_к$ – плотность крема

$\rho_т$ – плотность теста

весь крем в торте:

$$V = n \cdot d_к \cdot S$$

$\rho_к$

$\rho_к = 1{,}2\,\rho_т$ (усл.)

все тесто в торте:

$$V = n \cdot d_т \cdot S$$

$\rho_т$

$d_т = 0{,}85\,d_к$ (усл.)

$$\Rightarrow V = n \cdot 0{,}85 d_к \cdot S$$

$\Rightarrow$ общая масса M_0:

$$M_0 = n d_к \cdot S \cdot 1{,}2\rho_т + n \cdot 0{,}85 \cdot d_к \cdot S \cdot \rho_т$$

$$M_0 = n d_к S \rho_т (1{,}2 + 0{,}85) = n d_к S \rho_т \cdot 2{,}05$$

общий объём V_0:

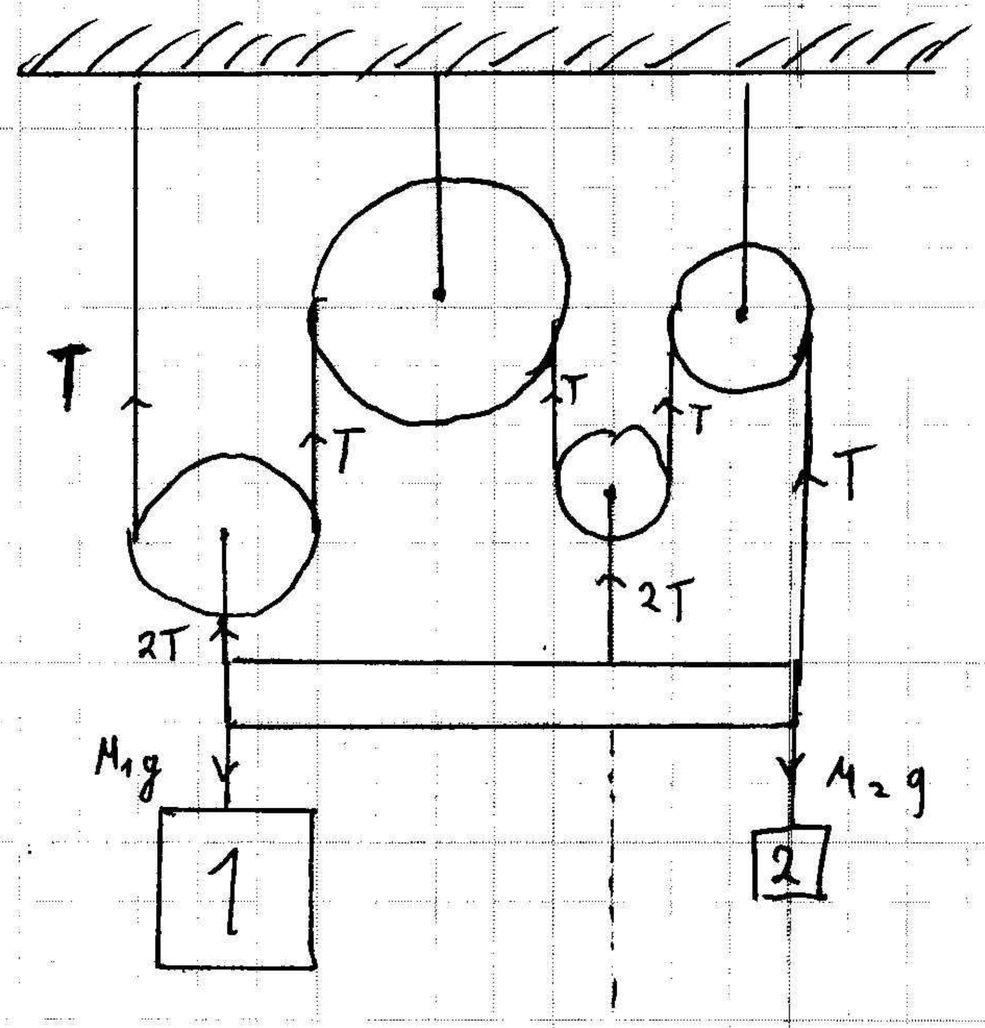
$$V_0 = n d_к S + n \cdot 0{,}85 d_к \cdot S = n d_к S (1 + 0{,}85) = n d_к S \cdot 1{,}85$$

$$\rho_ф = \frac{M_0}{V_0}; \quad \rho_ф = \frac{n d_к S \rho_т \cdot 2{,}05}{n d_к S \cdot 1{,}85} = \frac{\rho_т \cdot 2{,}05}{1{,}85} = \rho_т \cdot 1{,}11$$

Т.к $\rho_к = \rho \Rightarrow \rho = 1{,}2\,\rho_т \Rightarrow \rho_т = \frac{\rho}{1{,}2} \Rightarrow \rho_ф = \frac{\rho}{1{,}2} \cdot 1{,}11 = \boxed{0{,}925\,\rho}$

olymp.bmstu.ru

Задача 4



Запишем правило моментов относительно точки, соотв. правому краю рычага.

$$(M_1 g - 2T)\cdot(L_1+L_2) - 2T\cdot L_2 = 0$$

$$M_1 g L_1 + M_1 g L_2 - 2TL_1 - 2TL_2 - 2TL_2 = 0$$

$$M_1 g(L_1+L_2) - 4TL_2 - 2TL_1 = 0$$

$$M_1 g(L_1+L_2) - 2T(2L_2+L_1) = 0$$

$$M_1 g = \frac{2T(2L_2+L_1)}{L_1+L_2}$$

Запишем правило моментов относительно точки, соотв. левому краю рычага

$$(M_2 g - T)\cdot(L_1+L_2) - 2T\cdot L_1 = 0$$

$$M_2 g L_1 + M_2 g L_2 - TL_1 - TL_2 - 2TL_1 = 0$$

$$M_2 g(L_1+L_2) - 3TL_1 - TL_2 = 0$$

$$M_2 g(L_1+L_2) - T(3L_1+L_2) = 0$$

$$M_2 g = \frac{T(3L_1+L_2)}{L_1+L_2}$$

olymp.bmstu.ru

Запишем и вычислим отношение $\frac{M_1}{M_2}$ через длины L_1 и L_2:

$$\frac{M_1 g}{M_2 g} = \frac{2T \cdot (2L_2 + L_1) \cdot (L_1 + L_2)}{(L_1 + L_2) \cdot T \cdot (3L_1 + L_2)} = \frac{2(2L_2 + L_1)}{3L_1 + L_2} =$$

$$= \frac{2L_2 + L_1}{3L_1 + L_2} \Rightarrow \frac{M_1}{M_2} = \frac{2L_2 + L_1}{3L_1 + L_2}$$

Ответ: $\frac{2L_2 + L_1}{3L_1 + L_2}$.

Задача 6

а) Заметим, что все факторы (б, вероятность и т.д) направлены на увеличение массы вещества, т.е. увеличивают ~~количество~~ ~~не~~ необходимое кол-во частиц. Нам нужно, чтобы хотя бы 1 частица спровоцировала вспышку.

Пусть необходимое число частиц $= N$. Тогда:

$$\frac{0,0975 \cdot N}{10000 \cdot 100000} = 1$$

$$\frac{N \cdot 0,0975}{\approx 1 \cdot 10^9} = 1$$

$$N \cdot 0,0975 = 10^9$$

$$N = 1,0256 \cdot 10^{10}$$

б) Изначально, $V_{б_1} = \frac{M_к}{\rho_к}$. После того, как заменили $\frac{1}{10}$ ~~M~~ $M_к$ на алюминиевые стружки, $V_{б_2} = \frac{0,9 M_к}{\rho_к} + \frac{0,1 M_к}{\rho_а}$.

Вычислим оба объёма:

$$V\delta_2 = \frac{0,9\,мк}{800} + \frac{0,1\,мк}{2700}$$

$$V\delta_2 = \frac{0,9\,мк \cdot 27 + 0,1\,мк \cdot 8}{2160}$$

$$V\delta_2 = \frac{24,3\,мк + 0,8\,мк}{2160}$$

$$V\delta_2 = \frac{25,1\,мк}{2160}$$

$$\underline{V\delta_2 = 0,00116\,мк}$$

$$V\delta_1 = \frac{мк}{800}\ ;\ \underline{V\delta_1 = 0,00125\,мк}$$

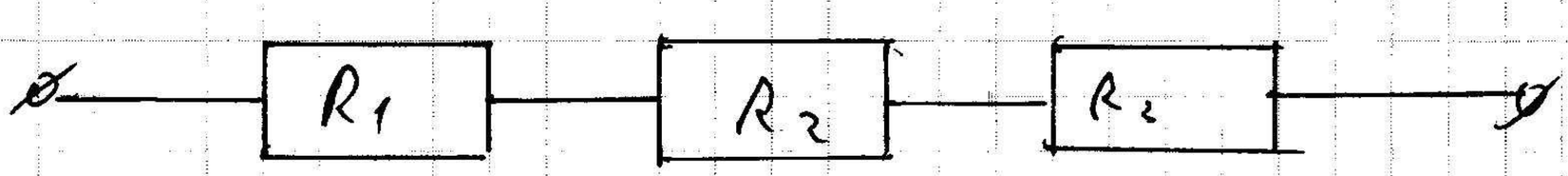
$$\Delta V = \frac{V\delta_1 - V\delta_2}{V\delta_1} \cdot 100\,\%$$

$$\Delta V = \frac{(0,00125 - 0,00116)\,мк}{0,00125\,мк} \cdot 100\% = \frac{0,00009}{0,00125} \cdot 100\% = 7,2\,\%$$

Ответ: а) $7,0256 \cdot 10^{10}$ б) 7,2 %.

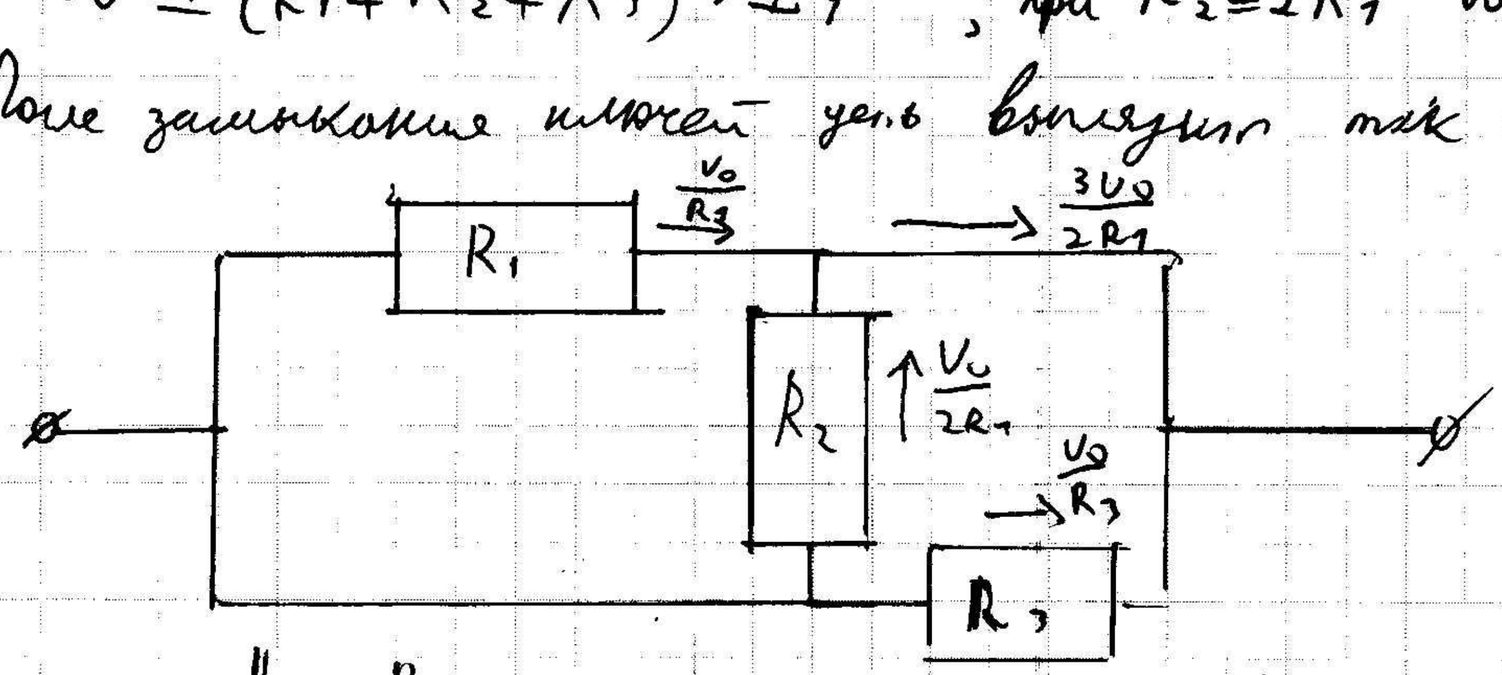
N.2

До замыкания ключей цепь выглядит так:



$V_0 = (R_1 + R_2 + R_3) \cdot I_1$, при $R_2 = 2R_1$ $V_0 = (3R_1 + R_3) \cdot I_1$

После замыкания ключей цепь выглядит так:



резисторы R_1 и R_2 соед. параллельно $\Rightarrow V_1 = V_2 = V_0 \Rightarrow I_1 = \frac{V_0}{R_1}$

olymp.bmstu.ru

$I_2 = \frac{V_0}{2R_1}$ $\Rightarrow$ дальше по 1 пр. Кирхгофа идёт ток $\frac{3V_0}{2R_1}$

Т.к R_2 и R_3 соединены параллельно, то $V_2 = V_3 > V_0 \Rightarrow$

$$\Rightarrow I_3 = \frac{V_0}{R_3} \Rightarrow I_0 = \frac{3V_0}{2R_1} + \frac{V_0}{R_3} = \frac{3 \cdot V_0 \cdot R_3 + V_0 \cdot 2R_1}{2R_1R_3} =$$

$$= \frac{V_0(3R_3 + 2R_1)}{2R_1R_3} = 10 \text{ ун. } 15\,A$$

Подставим V_0 из первой схемы (до замыкания ключей)

$$V_0 = (3R_1 + R_3) \cdot I_1 \text{ , при } I_1 = 3\,A \text{ (ун.)}$$

$$\frac{(3R_1 + R_3) \cdot I_1 \cdot (3R_3 + 2R_1)}{2R_1R_3} = V_0 \quad | : V_0$$

$$\frac{3R_3 + 2R_1}{2R_1R_3} = 1$$

$$3R_3 + 2R_1 = 2R_1R_3$$

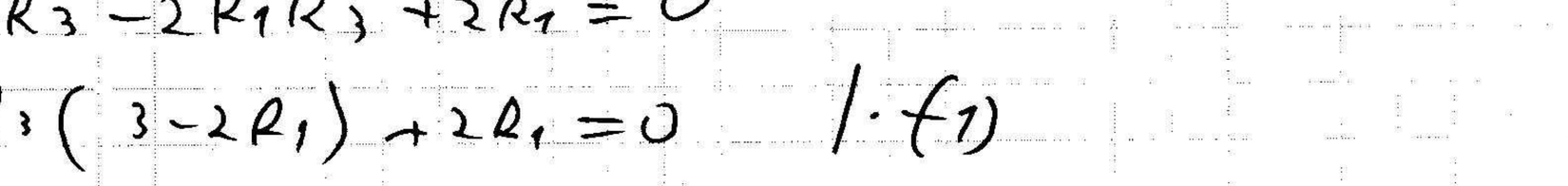
$$3R_3 - 2R_1R_3 + 2R_1 = 0$$

$$R_3(3 - 2R_1) + 2R_1 = 0 \quad | \cdot (-1)$$

$$R_3 \cdot (2R_1 - 3) - 2R_1 = 0$$

$$R_3 = \frac{2R_1}{2R_1 - 3}$$

После смены местами резисторов и ключей схема выглядит так:



$R_{экв}$ для этой схемы:

$$\frac{3R_1 \cdot R_3}{3R_1 + R_3}$$

$V_0 = I_3 \cdot \frac{3R_1R_3}{3R_1+R_3}$) подставим $R_3 = \frac{2R_1}{2R_1-3}$ из 2 схемы, а также $V_0 = 3 \cdot (3R_1 + R_3)$ из 1 схемы

$$3 \cdot (3R_1 + R_3) = I_3 \cdot \frac{3R_1R_3}{3R_1+R_3}$$

$$3 \cdot \left(3R_1 + \frac{2R_1}{2R_1-3}\right) = I_3 \cdot \frac{3R_1 \cdot \frac{2R_1}{2R_1-3}}{3R_1 + \frac{2R_1}{2R_1-3}}$$

$$3 \cdot \left(\frac{3R_1 \cdot (2R_1-3) + 2R_1}{2R_1-3}\right) = I_3 \cdot \frac{\frac{6R_1^2}{2R_1-3}}{\frac{3R_1(2R_1-3)+2R_1}{2R_1-3}}$$

$$3 \cdot \left(\frac{6R_1^2 - 9R_1 + 2R_1}{2R_1-3}\right) = \frac{6R_1^2 \cdot (2R_1-3)}{(2R_1-3) \cdot (6R_1^2 - 9R_1 + 2R_1)} I_3$$

$$3 \cdot \left(\frac{6R_1^2 - 7R_1}{2R_1-3}\right) = \frac{6R_1^2}{6R_1^2 - 7R_1} I_3$$

$$I_3 = \frac{3 \cdot (6R_1^2 - 7R_1)}{(2R_1-3)} \cdot \frac{(6R_1^2 - 7R_1)}{6R_1^2}$$

$$I_3 = \frac{(6R_1^2 - 7R_1) \cdot (6R_1^2 - 7R_1)}{(2R_1-3) \cdot 2R_1^2}$$

Задача 1

Запишем баланс сил для куска льда:

$$F_{apx} - mg = 0$$

$$\rho_в \cdot g \cdot V_п - mg = 0$$

$$mg = \rho_в \cdot g \cdot V_п - 0$$

$$m = \frac{\rho_в \cdot g \cdot V_п - 0}{g} \; ; \quad m = \rho_в \cdot V_п - 0,0 \; ; \quad \boxed{m = 1000 V_п - 0,0}$$

olymp.bmstu.ru

Заметим, что при таянии льда с объемом V воды происходит следующее:

1. Сначала он „увеличился" на $V_л$
2. затем уменьшился на $\frac{m_л}{\rho_в}$, то есть на объём воды, полученной из льда после таяния.

Запишем уравнение:

$$H_1 S - \frac{1000 V_л - 0{,}8}{900} + \frac{1000 V_л - 0{,}8}{1000} = H_2 S$$

$$S(H_1 - H_2) - \frac{10(1000 V_л - 0{,}8) + 9(1000 V_л - 0{,}8)}{9000} = 0$$

$$S(H_1 - H_2) - \frac{1000 V_л - 0{,}8}{9000} = 0$$

$$S(H_1 - H_2) = \frac{1000 V_л - 0{,}8}{9000}$$

$$H_1 - H_2 = \frac{1000 V_л - 0{,}8}{0{,}08 \cdot 9000}$$

$$H_1 - H_2 = \frac{1000 V_л - 0{,}8}{720}$$

$$H_1 - H_2 = 1{,}4 V_л - 0{,}001$$

Можно использовать оборот листа для записи решений

